**Министерство образования Республики Беларусь**

**Учреждение образования**

**«Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»**

Факультет инновационного непрерывного образования

Специальность «ИиТП»

**ИНДИВИДУАЛЬНАЯ ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 1**

по предмету «Системный анализ и исследование операций»

Студент дистанционной формы

обучения 5 курса

Группы № 493551

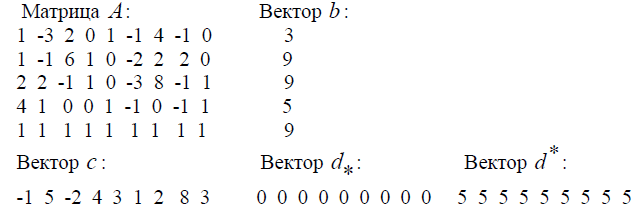
Авхимович Алексей Валерьевич

г.Борисов, ул. Чапаева, 29/116

Тел. +375-44-7900085

Минск 2019

**Решение линейной задачи целочисленного программирования** **методом ветвей и границ**



**Ниже приведено решение задачи в разработанной программе IPR1.m (MatLab) и ответ:**

Итерация#1

Решаем задачу ЛП с границами:

0 0 0 0 0 0 0 0 0

5 5 5 5 5 5 5 5 5

Решение найдено, но оно не целочисленное:

1.1579 0.6942 0.0000 0.0000 2.8797 0.0000 1.0627 3.2055 0.0000

Выбираем нецелочисленную переменную x1=1.1579, которая в этой задаче ЛП находилась в диапазоне [0;5]

Формируем 2 новые задачи ЛП с границами для x1 в [0;1] и [2;5]

==========================================================

Итерация#2

Решаем задачу ЛП с границами:

0 0 0 0 0 0 0 0 0

1 5 5 5 5 5 5 5 5

Решение найдено, но оно не целочисленное:

1.0000 0.8730 0.1667 0.0000 3.0238 0.0000 1.0397 2.8968 0.0000

Выбираем нецелочисленную переменную x2=0.87302, которая в этой задаче ЛП находилась в диапазоне [0;5]

Формируем 2 новые задачи ЛП с границами для x2 в [0;0] и [1;5]

==========================================================

Итерация#3

Решаем задачу ЛП с границами:

0 0 0 0 0 0 0 0 0

1 0 5 5 5 5 5 5 5

Решение найдено, но оно не целочисленное:

1.0000 0 0.0164 0.0000 1.3279 0.0000 0.9180 3.0328 2.7049

Выбираем нецелочисленную переменную x3=0.016393, которая в этой задаче ЛП находилась в диапазоне [0;5]

Формируем 2 новые задачи ЛП с границами для x3 в [0;0] и [1;5]

==========================================================

Итерация#4

Решаем задачу ЛП с границами:

0 0 0 0 0 0 0 0 0

1 0 0 5 5 5 5 5 5

Задача ЛП не имеет решения.

==========================================================

Итерация#5

Решаем задачу ЛП с границами:

0 0 1 0 0 0 0 0 0

1 0 5 5 5 5 5 5 5

Задача ЛП не имеет решения.

==========================================================

Итерация#6

Решаем задачу ЛП с границами:

0 1 0 0 0 0 0 0 0

1 5 5 5 5 5 5 5 5

Решение найдено, но оно не целочисленное:

0.8879 1.0000 0.2850 0.0000 3.1262 0.0000 1.0234 2.6776 0.0000

Выбираем нецелочисленную переменную x1=0.88785, которая в этой задаче ЛП находилась в диапазоне [0;1]

Формируем 2 новые задачи ЛП с границами для x1 в [0;0] и [1;1]

==========================================================

Итерация#7

Решаем задачу ЛП с границами:

0 1 0 0 0 0 0 0 0

0 5 5 5 5 5 5 5 5

Решение найдено, но оно не целочисленное:

0 2.0053 1.2222 0.0000 3.9365 0.0000 0.8942 0.9418 0.0000

Выбираем нецелочисленную переменную x2=2.0053, которая в этой задаче ЛП находилась в диапазоне [1;5]

Формируем 2 новые задачи ЛП с границами для x2 в [1;2] и [3;5]

==========================================================

Итерация#8

Решаем задачу ЛП с границами:

0 1 0 0 0 0 0 0 0

0 2 5 5 5 5 5 5 5

Решение найдено, но оно не целочисленное:

0 2.0000 1.2213 0.0000 3.9262 0.0000 0.8934 0.9426 0.0164

Выбираем нецелочисленную переменную x3=1.2213, которая в этой задаче ЛП находилась в диапазоне [0;5]

Формируем 2 новые задачи ЛП с границами для x3 в [0;1] и [2;5]

==========================================================

Итерация#9

Решаем задачу ЛП с границами:

0 1 0 0 0 0 0 0 0

0 2 1 5 5 5 5 5 5

Задача ЛП не имеет решения.

==========================================================

Итерация#10

Решаем задачу ЛП с границами:

0 1 2 0 0 0 0 0 0

0 2 5 5 5 5 5 5 5

Задача ЛП не имеет решения.

==========================================================

Итерация#11

Решаем задачу ЛП с границами:

0 3 0 0 0 0 0 0 0

0 5 5 5 5 5 5 5 5

Задача ЛП не имеет решения.

==========================================================

Итерация#12

Решаем задачу ЛП с границами:

1 1 0 0 0 0 0 0 0

1 5 5 5 5 5 5 5 5

Решение найдено, но оно не целочисленное:

1.0000 1.0000 0.3571 0.0000 2.7857 0.2143 1.0714 2.5714 0.0000

Выбираем нецелочисленную переменную x3=0.35714, которая в этой задаче ЛП находилась в диапазоне [0;5]

Формируем 2 новые задачи ЛП с границами для x3 в [0;0] и [1;5]

==========================================================

Итерация#13

Решаем задачу ЛП с границами:

1 1 0 0 0 0 0 0 0

1 5 0 5 5 5 5 5 5

Задача ЛП не имеет решения.

==========================================================

Итерация#14

Решаем задачу ЛП с границами:

1 1 1 0 0 0 0 0 0

1 5 5 5 5 5 5 5 5

Решение найдено, но оно не целочисленное:

1.0000 1.4286 1.0000 0.0000 1.9821 0.9375 1.1786 1.4732 0.0000

Выбираем нецелочисленную переменную x2=1.4286, которая в этой задаче ЛП находилась в диапазоне [1;5]

Формируем 2 новые задачи ЛП с границами для x2 в [1;1] и [2;5]

==========================================================

Итерация#15

Решаем задачу ЛП с границами:

1 1 1 0 0 0 0 0 0

1 1 5 5 5 5 5 5 5

Решение найдено, но оно не целочисленное:

1.0000 1.0000 1.0000 0.0000 0.9375 1.0312 1.1250 1.4062 1.5000

Выбираем нецелочисленную переменную x5=0.9375, которая в этой задаче ЛП находилась в диапазоне [0;5]

Формируем 2 новые задачи ЛП с границами для x5 в [0;0] и [1;5]

==========================================================

Итерация#16

Решаем задачу ЛП с границами:

1 1 1 0 0 0 0 0 0

1 1 5 5 0 5 5 5 5

Решение найдено, но оно не целочисленное:

1.0000 1.0000 1.3261 0.0000 0 1.4457 1.1522 0.8152 2.2609

Выбираем нецелочисленную переменную x3=1.3261, которая в этой задаче ЛП находилась в диапазоне [1;5]

Формируем 2 новые задачи ЛП с границами для x3 в [1;1] и [2;5]

==========================================================

Итерация#17

Решаем задачу ЛП с границами:

1 1 1 0 0 0 0 0 0

1 1 1 5 0 5 5 5 5

Задача ЛП не имеет решения.

==========================================================

Итерация#18

Решаем задачу ЛП с границами:

1 1 2 0 0 0 0 0 0

1 1 5 5 0 5 5 5 5

Задача ЛП не имеет решения.

==========================================================

Итерация#19

Решаем задачу ЛП с границами:

1 1 1 0 1 0 0 0 0

1 1 5 5 5 5 5 5 5

Решение найдено и оно целочисленное:

1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000

Значение cx=23 больше чем r0=-Inf, замещаем оптимальный да данный момент план.

==========================================================

Итерация#20

Решаем задачу ЛП с границами:

1 2 1 0 0 0 0 0 0

1 5 5 5 5 5 5 5 5

Решение найдено, но оно не целочисленное:

1.0000 2.0000 1.8571 0.0000 0.9107 1.9018 1.3214 0.0089 0.0000

Выбираем нецелочисленную переменную x3=1.8571, которая в этой задаче ЛП находилась в диапазоне [1;5]

Прежде, чем формировать 2 новые задачи надо проверить, будет ли оптимальное значение целевой функции в этой задаче больше, чем cx=23. При этом, если больше, то новые задачи формируются, если нет, то …….

Формируем 2 новые задачи ЛП с границами для x3 в [1;1] и [2;5]

==========================================================

Итерация#21

Решаем задачу ЛП с границами:

1 2 1 0 0 0 0 0 0

1 5 1 5 5 5 5 5 5

Задача ЛП не имеет решения.

==========================================================

Итерация#22

Решаем задачу ЛП с границами:

1 2 2 0 0 0 0 0 0

1 5 5 5 5 5 5 5 5

Задача ЛП не имеет решения.

==========================================================

Итерация#23

Решаем задачу ЛП с границами:

2 0 0 0 0 0 0 0 0

5 5 5 5 5 5 5 5 5

Решение найдено, но оно не целочисленное:

2.0000 0.3333 0.0000 0.0000 1.0000 1.0000 1.3333 3.3333 0.0000

Выбираем нецелочисленную переменную x2=0.33333, которая в этой задаче ЛП находилась в диапазоне [0;5]

Прежде, чем формировать 2 новые задачи надо проверить, будет ли оптимальное значение целевой функции в этой задаче больше, чем cx=23. При этом, если больше, то новые задачи формируются, если нет, то …….

Формируем 2 новые задачи ЛП с границами для x2 в [0;0] и [1;5]

==========================================================

Итерация#24

Решаем задачу ЛП с границами:

2 0 0 0 0 0 0 0 0

5 0 5 5 5 5 5 5 5

Решение найдено, но оно не целочисленное:

2.0000 0 0.0000 0.0000 0.1875 1.0729 1.2917 3.2812 1.1667

Выбираем нецелочисленную переменную x5=0.1875, которая в этой задаче ЛП находилась в диапазоне [0;5]

Прежде, чем формировать 2 новые задачи надо проверить, будет ли оптимальное значение целевой функции в этой задаче больше, чем cx=23. При этом, если больше, то новые задачи формируются, если нет, то …….

Формируем 2 новые задачи ЛП с границами для x5 в [0;0] и [1;5]

==========================================================

Итерация#25

Решаем задачу ЛП с границами:

2 0 0 0 0 0 0 0 0

5 0 5 5 0 5 5 5 5

Решение найдено, но оно не целочисленное:

2.1579 0 0.0000 0.0000 0 1.2456 1.3509 3.3158 0.9298

Выбираем нецелочисленную переменную x1=2.1579, которая в этой задаче ЛП находилась в диапазоне [2;5]

Прежде, чем формировать 2 новые задачи надо проверить, будет ли оптимальное значение целевой функции в этой задаче больше, чем cx=23. При этом, если больше, то новые задачи формируются, если нет, то …….

Формируем 2 новые задачи ЛП с границами для x1 в [2;2] и [3;5]

==========================================================

Итерация#26

Решаем задачу ЛП с границами:

2 0 0 0 0 0 0 0 0

2 0 5 5 0 5 5 5 5

Решение найдено, но оно не целочисленное:

2.0000 0 0.0652 0.0000 0 1.1558 1.2971 3.1630 1.3188

Выбираем нецелочисленную переменную x3=0.065217, которая в этой задаче ЛП находилась в диапазоне [0;5]

Прежде, чем формировать 2 новые задачи надо проверить, будет ли оптимальное значение целевой функции в этой задаче больше, чем cx=23. При этом, если больше, то новые задачи формируются, если нет, то …….

Формируем 2 новые задачи ЛП с границами для x3 в [0;0] и [1;5]

==========================================================

Итерация#27

Решаем задачу ЛП с границами:

2 0 0 0 0 0 0 0 0

2 0 0 5 0 5 5 5 5

Задача ЛП не имеет решения.

==========================================================

Итерация#28

Решаем задачу ЛП с границами:

2 0 1 0 0 0 0 0 0

2 0 5 5 0 5 5 5 5

Задача ЛП не имеет решения.

==========================================================

Итерация#29

Решаем задачу ЛП с границами:

3 0 0 0 0 0 0 0 0

5 0 5 5 0 5 5 5 5

Задача ЛП не имеет решения.

==========================================================

Итерация#30

Решаем задачу ЛП с границами:

2 0 0 0 1 0 0 0 0

5 0 5 5 5 5 5 5 5

Задача ЛП не имеет решения.

==========================================================

Итерация#31

Решаем задачу ЛП с границами:

2 1 0 0 0 0 0 0 0

5 5 5 5 5 5 5 5 5

Задача ЛП не имеет решения.

==========================================================

================== Ответ =================================

==========================================================

Целочисленное решение есть. При x'=

1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000

Значение c'x=23

# Приложение 1. Программный код:

**IPR1.m:**

clear all;

clc;

A = [1 -3 2 0 1 -1 4 -1 0

1 -1 6 1 0 -2 2 2 0

2 2 -1 1 0 -3 8 -1 1

4 1 0 0 1 -1 0 -1 1

1 1 1 1 1 1 1 1 1];

b = [3 9 9 5 9];

c = [-1 5 -2 4 3 1 2 8 3];

lb = [0 0 0 0 0 0 0 0 0];

ub = [5 5 5 5 5 5 5 5 5];

optimalSolution = struct('m', [], 'm0', 0, 'r0', -inf(1));

stack = false;

t = 0;

task = struct('lb', lb, 'ub', ub);

while isstruct(task)

t = t + 1;

disp(strcat('Итерация# ', int2str(t)));

disp('Решаем задачу ЛП с границами:');

disp(task.lb);

disp(task.ub);

x0 = solveLPMax(c, A, b, task.lb, task.ub);

if (length(x0) == 1) % plan not found

disp('Задача ЛП не имеет решения.');

elseif isIntegerPlan(x0) % plan exists and numeric

disp('Решение найдено и оно целочисленное:');

disp(x0.');

cx = sum(x0.\*c');

if cx > optimalSolution.r0

disp(strcat('Значение cx= ', int2str(cx), ' больше чем r0=',int2str(optimalSolution.r0), ', замещаем оптимальный да данный момент план.'));

optimalSolution.r0 = cx;

optimalSolution.m0 = 1;

optimalSolution.m = x0;

else

disp(strcat('Значение cx= ', int2str(cx), ' меньше либо равно r0=',optimalSolution.r0, ', пропускаем этот план.'));

end;

else % plan exists but not numeric

disp('Решение найдено, но оно не целочисленное:');

disp(x0.');

notInt = getNotIntegerVariable(x0);

disp(strcat('Выбираем нецелочисленную переменную x',int2str(notInt.index),'=',num2str(notInt.value), ', которая в этой задаче ЛП находилась в диапазоне [', int2str(task.lb(notInt.index)), ';',int2str(task.ub(notInt.index)), ']'));

task1 = struct('lb', task.lb, 'ub', task.ub);

task1.ub(notInt.index) = floor(x0(notInt.index));

task2 = struct('lb', task.lb, 'ub', task.ub);

task2.lb(notInt.index) = floor(x0(notInt.index)) + 1;

disp(strcat('Формируем 2 новые задачи ЛП с границами для x',int2str(notInt.index),' в [', int2str(task1.lb(notInt.index)), ';',int2str(task1.ub(notInt.index)), '] и [', int2str(task2.lb(notInt.index)), ';',int2str(task2.ub(notInt.index)), ']'));

stack = stack\_push(stack, task2);

stack = stack\_push(stack, task1);

end;

task = stack\_pop(stack);

if (isstruct(task))

stack = stack.stack; % no passing by reference in MatLab...

end;

disp('==========================================================');

end;

disp('================== Ответ =================================');

disp('==========================================================');

if optimalSolution.m0 == 1

disp('Целочисленное решение есть. При x''=');

disp(optimalSolution.m');

disp(strcat('Значение c''x=', int2str(optimalSolution.r0)));

else

disp('Целочисленного решения, сожалению, нет');

end;

**getNotIntegerVariable.m:**

function getNotIntegerVariable = getNotIntegerVariable(x)

l = length(x);

getNotIntegerVariable = 0;

for i = 1:l

if ~isInteger(x(i))

getNotIntegerVariable = struct('index', i, 'value', x(i));

break;

end;

end;

end

**isInteger.m:**

function isInteger = isInteger(value)

piece = abs(value - round(value));

isInteger = (piece < 0.0000001);

end

**isIntegerPlan.m:**

function isIntegerPlan = isIntegerPlan(x)

l = length(x);

isIntegerPlan = 1;

for i = 1:l

if ~isInteger(x(i))

isIntegerPlan = 0;

break;

end;

end;

end

**solveLPMax.m:**

function solveLPMax = solveLPMax(f, A, b, lb, ub)

l = length(f);

for i = 1:l

f(i) = -f(i);

end;

options = optimoptions('linprog','Display','off');

[x0,fval,exitflag] = linprog(f, [], [], A, b, lb, ub, [], options);

if exitflag == 1

solveLPMax = x0;

else

solveLPMax = 0;

end;

end

**stack\_pop.m:**

function stack\_pop = stack\_pop(stack)

if isstruct(stack)

stack\_pop = stack.value;

else

stack\_pop = false;

end;

end

**stack\_push.m:**

function stack\_push = stack\_push(stack, value)

stack\_push = struct('stack', stack, 'value', value);

end